Příklady z logiky – 1

Petr Olmer, 19. února 2007

1. U následujících formulí ověřte pomocí tabulky pravdivostních hodnot, zda jsou pravdivé či splnitelné (a při jakých ohodnoceních).

   a. $((p \mathbin{\&} q) \rightarrow p)$

   b. $((p \vee q) \rightarrow p)$

   c. $(p \mathbin{\&} \neg(q \rightarrow r))$

   d. $((p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p))$

   e. $(p \rightarrow (q \vee (s \mathbin{\&} r)))$

   f. $((p \mathbin{\&} q) \leftrightarrow (p \vee q))$

   g. $((p \vee q) \rightarrow (((p \mathbin{\&} \neg r) \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q)))$

   h. $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r)))$

   i. $((p \mathbin{\&} (q \mathbin{\&} r)) \leftrightarrow ((p \mathbin{\&} q) \mathbin{\&} r))$

   j. $(((\neg p \leftrightarrow q) \mathbin{\&} r) \leftrightarrow (q \rightarrow (\neg r \vee s)))$

   k. $((p \mathbin{\&} q) \rightarrow ((\neg r \rightarrow s) \rightarrow \neg(p \mathbin{\&} ((\neg q \vee r) \vee \neg s))))$

   l. $(p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow (p_3 \rightarrow \ldots \rightarrow (p_{n-1} \rightarrow p_n) \ldots)$

2. Převeďte následující formule na ekvivalentní pomocí určených logických spojek.

   a. $((p \mathbin{\&} q) \vee r)$ pomocí $\neg, \rightarrow$

   b. $((p \rightarrow q) \rightarrow r)$ pomocí $\neg, \mathbin{\&}$

   c. $((p \mathbin{\&} q) \rightarrow r)$ pomocí $\neg, \vee$

   d. $(((p \mathbin{\&} q) \mathbin{\&} r) \mathbin{\&} s)$ pomocí $\neg, \rightarrow$

3. Určete modely následujících teorií.

   a. $\{p, (p \rightarrow q)\}$

   b. $\{(p \rightarrow (q \rightarrow r)), (p \vee s)\}$

   c. $\{(p \vee q), (q \vee (p \rightarrow q))\}$

   d. $\{\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg r \mathbin{\&} \neg q), p, \neg(p \mathbin{\&} r)\}$

   e. $\{p, q, (p \vee q), (q \rightarrow \neg(r \mathbin{\&} (\neg p \rightarrow \neg q))), \neg q\}$

   f. $\{(p \rightarrow p), (\neg\neg p \leftrightarrow p)\}$

4. Určete, zda jsou splnitelné následující množiny formulí nad nekonečnou množinou atomů $\{p_0, p_1, p_2, \ldots\}$. Pokud ano, určete všechna pravdivostní ohodnocení, která je splňují.

   a. $\{(\neg p_0 \leftrightarrow (p_1 \vee p_2)), (\neg p_1 \leftrightarrow (p_2 \vee p_3)), (\neg p_2 \leftrightarrow (p_3 \vee p_4)), \ldots\}$

   b. $\{(p_0 \leftrightarrow (p_1 \mathbin{\&} \neg p_2)), (p_1 \leftrightarrow (p_2 \mathbin{\&} \neg p_3)), (p_2 \leftrightarrow (p_3 \mathbin{\&} \neg p_4)), \ldots\}$