

Příklady z logiky – 4

Petr Olmer, 12. března 2007

1. Dokažte:

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$(\neg A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow A)$$

$$(A \& B) \rightarrow A$$

$$(A \& B) \rightarrow B$$

$$(A \rightarrow (B \rightarrow (A \& B)))$$

$$(A \& B) \rightarrow (B \& A)$$

$$((A \& (B \& C)) \leftrightarrow ((A \& B) \& C))$$

$$(A \& A) \leftrightarrow A$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow D) \rightarrow ((A \& C) \rightarrow (B \& D)))$$

$$(A \& B) \rightarrow ((\neg C \rightarrow D) \rightarrow (A \& ((\neg B \vee C) \vee \neg D)))$$

$$(A \rightarrow \neg C) \rightarrow (((A \& B) \vee \neg C) \rightarrow (C \rightarrow D))$$

$$(A \leftrightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$$

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$$

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \leftrightarrow \neg A)$$

$$A \rightarrow (A \vee B)$$

$$(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))$$

$$(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow D) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (C \vee D)))$$

$$(A \vee A) \leftrightarrow A$$

$$(A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A)$$

$$((A \vee B) \vee C) \leftrightarrow (A \vee (B \vee C))$$

$$(A \& (B \vee C)) \leftrightarrow ((A \& B) \vee (A \& C))$$

$$(A \& (B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n)) \leftrightarrow ((A \& B_1) \vee (A \& B_2) \vee \dots \vee (A \& B_n))$$

2. Dokažte pro libovolné T, S:

$$T \subseteq \text{Con}(T)$$

$$T \subseteq S \Rightarrow \text{Con}(T) \subseteq \text{Con}(S)$$

$$\text{Con}(\text{Con}(T)) = \text{Con}(T)$$

$$T \text{ je bezesporná} \Rightarrow \text{Con}(T) \text{ je bezesporná}$$

3. Dokažte: $T \vdash A$ právě když $T \cup \{\neg A\}$ je sporná.