Příklady z logiky – 6

Petr Olmer, 26. března 2007

1. Následující formule převeďte na jejich čisté varianty:

   a. $(\forall x)(x > 5)$ & $x = y$

   b. $(\forall x)(\exists y)x > y$ & $x + 2 < y$

   c. $(x > y) \rightarrow ((\forall z)(y = z) \rightarrow x > z)$

2. Negujte následující formule tak, aby negace nebyly před kvantifikátory:

   a. $((\forall x)x < 5) \leftrightarrow (\exists y)((\forall z)x + 5 = y + z)$

   b. $((\forall x)x > 0$ & $(\exists y)y > x) \vee ((\exists z)z = x + y \rightarrow (\forall a)a < z)$

   c. $(\forall x)(\exists y)(x > 5 \rightarrow y > x)$ & $(\exists y)(x > 5 \rightarrow y > x) \leftrightarrow (\exists y)(y > x$ & $(\forall x)(x > 5))$

   d. $(\forall x)(\forall y)((\exists z)(z > 0) \rightarrow (x + y = z$ & $(\exists c)(x - y = z - c)))$

3. Sestrojte dvě realizace jazyka, aby v jedné byla následující formule nesplněná a v jedné splněná.

   a. $(\forall x)(\exists y)(x = y + y)$

   b. $(\exists x)(\forall y)(f(y) < x)$

4. Určete, zda ve struktuře $M = \langle M, f\rangle$, kde $M = \{0, 1, 2, 3\}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f(3) = 2$, platí následující formule:

   a. $(\forall x)(\exists y)(x = f(y))$

   b. $(\exists x)(f(f(x)) = x) \rightarrow (\exists x)(f(x) = x)$

   c. $(\exists y)(x = f(y)) \rightarrow f(f(x)) = x$

   d. $(f(x) = x) \rightarrow (f(x) \neq x)$

5. Určete, zda ve struktuře $M = \langle M, R\rangle$, kde $M = \{0, 1, 2\}$,
   $R = \{(0, 0), (0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2)\}$, platí následující formule:

   a. $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(R(x, z)$ & $R(z, y))$

   b. $(\forall x)(\exists y)(\exists z)(R(x, y)$ & $R(y, z)$ & $R(z, x))$

   c. $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(R(x, y)$ & $R(x, z))$