Příklady z logiky – 7

Petr Olmer, 2. dubna 2007

1. Ověřte, zda jsou následující formule platné v nějaké realizaci jazyka, případně zda jsou platné v každé realizaci jazyka:

   a. $(\exists x)P(x)$

   b. $(\forall x)P(x)$

   c. $(\exists x)(\forall y)(P(x,x) \mathbin{\&} \neg P(x,y))$

   d. $(\exists x)(\exists y)(P(x) \mathbin{\&} \neg P(y))$

   e. $(\exists x)(\forall y)P(x,y) \rightarrow (\forall y)(\exists x)P(x,y)$

   f. $(\exists x)(\forall y)P(x,y) \rightarrow (\forall z)(\exists x)Q(x,y,z)$

   g. $(\forall x)(\exists y)P(x,y) \rightarrow (\exists y)(\forall x)P(x,y)$

2. Ověřte, zda jsou následující formule platné v nějaké realizaci jazyka, případně zda jsou platné v každé realizaci jazyka:

   a. $(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)P(x)$

   b. $(\forall x)(A(x,z) \rightarrow B(x,y)) \rightarrow ((\forall x)A(x,z) \rightarrow (\forall x)B(x,y))$

   c. $(\forall x)(\exists y)A(x,y,z) \rightarrow (\exists y)(\forall x)A(x,y,z)$

   d. $(\forall x)(A \rightarrow B(x)) \rightarrow (A \rightarrow (\forall x)B(x))$

   e. $(\forall x)(A(x,y) \mathbin{\&} B(x,y)) \rightarrow ((\forall x)A(x,y) \mathbin{\&} (\forall x)B(x,y))$

   f. $(\forall x)(A(x,y) \rightarrow B(x,y)) \rightarrow ((\forall x)A(x,y) \rightarrow (\forall x)B(x,y))$

   g. $(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow ((\exists x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x))$

   h. $(\forall x)(A(x) \vee B(x)) \rightarrow ((\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x))$

   i. $(\forall x)(\exists y)(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow (\exists y)(\forall x)(A(x) \rightarrow B(y))$

   j. $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow ((\exists x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x))$

   k. $(\forall x)(\exists y)P(x,y) \rightarrow (\forall x)(\exists y)P(y,x)$