

## Příklady z logiky – 8

Petr Olmer, 16. dubna 2007

1. Rozhodněte, zda platí:

$$A(x) \models (\forall x)A(x)$$

$$\models A(x) \rightarrow (\forall x)A(x)$$

$$A(x) \rightarrow B(x) \models (\forall x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x)$$

$$\models (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow ((\forall x)A(x) \rightarrow (\forall x)B(x))$$

2. Mějme teorii  $T = \{A, B\}$ , kde

$$A = (\forall x)\neg P(x, x)$$

$$B = (\forall x)(\forall y)(\forall z)(P(x, y) \& P(y, z) \rightarrow P(x, z))$$

Rozhodněte, zda v této teorii platí následující formule:

a.  $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow \neg P(y, x))$

b.  $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(P(x, y) \& P(y, z) \rightarrow (x = y \vee y = z))$

c.  $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(P(x, y) \& P(y, z) \rightarrow (x = y \vee y = z)) \rightarrow \neg(\exists x)(\exists y)(\exists z)(P(x, y) \& P(y, z))$

3. Mějme binární predikát  $Q$  a následující formule:

$$A = \neg(\exists x)(\exists y)(\exists z)(Q(x, y) \& Q(y, z))$$

$$B = (\forall x)(\forall y)(\forall z)(Q(x, y) \& Q(y, z) \rightarrow (x = y \vee y = z))$$

$$C = (\forall x)(\forall y)(\forall z)(Q(x, y) \& Q(y, z) \rightarrow Q(x, z))$$

Rozhodněte a případně dokažte, zda:

a.  $C$  vyplývá z  $A$

b.  $C$  vyplývá z  $B$

c.  $A$  vyplývá z  $B$

d.  $B$  vyplývá z  $A$