

Příklady z logiky – 5

Petr Olmer, 19. března 2007

1. Dokažte, že formální systém výrokové logiky se schematicky axiomů A1 – A3 a odvozovacím pravidlem *modus ponens* je stejně silný jako
 - a. formální systém se stejnými axiomy a *pravidlem řezu*. Pravidlo řezu:
$$\frac{\neg A \vee B \quad A \vee C}{B \vee C}$$
 - b. formální systém se stejným odvozovacím pravidlem a se schematicky A1, A2 a A4. Schema A4: $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$
2. Uvažujte smyšlený výrokový logický systém, ve kterém se připouští jediná logická spojka \rightarrow , jediné axiomatické schema $A \rightarrow A$ a jediné odvozovací pravidlo *modus ponens*. Rozhodněte, zda v tomto systému
 - a. lze dokázat i nějakou formuli, která není axiomem.
 - b. platí věta o dedukci.
3. Nechť jsou T a S teorie, A a B formule. Dokažte:
 - a. Je-li $T \subseteq S$ a $T \vdash A$, potom $S \vdash A$.
 - b. $T \vdash A$ právě když pro nějakou konečnou podmnožinu $S \subseteq T$ platí $S \vdash A$.
 - c. Pokud $T \vdash C$ pro každou formuli C z množiny S a pokud $S \vdash A$, potom $T \vdash A$.